

Una navidad matemática

► Ing. Andrea Jacqueline Lucero Villalobos*, Ing. Aldo Enrique Correa López*, Ing. José Luis Domínguez Pérez*, M. en C. Ana Virginia Contreras García y Dr. José Luis Herrera Aguilar

Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chihuahua,

* Estudiantes de la Maestría en Ciencias Básicas en la Facultad de Ingeniería UACH.

FINGUACH Año 3, Núm. 10, diciembre-febrero 2016

Por fin ha llegado la época del año más esperada por todos y como no iba a serlo, es la época en la que nos reunimos con la familia, esperamos los abrazos, los regalos, la comida y más que nada celebramos el nacimiento del niño Dios. Pero, ¿te has preguntado si también hay matemáticas en esta temporada de fiestas?

Normalmente pensamos que las matemáticas están muy fuera de nuestra realidad, que son sólo para personas inteligentes y más aún, que no se encuentran presentes en cosas cotidianas, sin embargo, también la navidad incluye elementos que contienen matemáticas y que aunque pueden parecer conceptos muy complejos están ahí, por ejemplo la proporción o sección áurea, los fractales, grupos *kleinianos*, entre otros. Así que lo que vamos a hacer es platicarte un poco de las matemáticas en navidad.

Por ejemplo, los fractales son objetos en los cuales no se puede calcular la longitud de su perímetro, además su forma se repite infinitamente, ¿te imaginas meter en tu casa una cosa tan grande? ¿pues qué crees? en realidad no son objetos tan grandes como en un principio hubieras podido imaginar ya que en realidad su área sí es finita. A esta propiedad de que la forma se repita infinitamente se le denomina autosimilitud, la cual está asociada al número o proporción áurea de la cual te hablaremos más adelante. Regresando a los fractales, un ejemplo sencillo y bello de los mismos es el copo de nieve, ya que su compleja forma empieza de algo tan simple como una impureza química en el aire; al congelarse una gota de agua alrededor de una partícula de polvo o polen (punto de nucleación) que se encuentra en las nubes, la estructura que se forma es un hexágono debido a que esta estructura entre átomos de hidrógeno y oxígeno es la más estable (la de menor energía). Posteriormente otras gotas cercanas al cristal



Figura cajas

se irán congelando en cada punta de la figura hexagonal, formando seis ramas, las cuales tomarán una forma única que depende de ciertos factores como la temperatura y presión, las cuales pueden ir variando en el proceso de formación además de añadirse a otras impurezas que están en el entorno, lo que incrementa la variedad de sus formas y tamaños haciendo que sea imposible una réplica exacta de este copo de nieve en la naturaleza. Además, los pinos también son fractales, si los miras con atención te podrás dar cuenta de ello.



Figura copo de nieve

Ahora, si además de saber dónde hay matemáticas en esta temporada queremos introducir un poco de ellas en nuestro árbol, ¿cómo se te ocurre que podríamos hacerlo? ¡ya sabemos! podemos ponerle esferas para decorarlo. Seguro te imaginaste que íbamos a decir que le pusieras números, fórmulas, entre otras cosas, pero no. ¿Qué te parece si estudiamos las acciones de los grupos *kleinianos* en la esfera S^2 ? La esfera S^2 es lo que comúnmente conocemos como la esfera de navidad común (redonda) ahora hay que decorarla y para eso usaremos las acciones repetidas de los grupos de transformaciones de Klein para obtener bellas esferas de navidad. Las imágenes que obtenemos son por ejemplo:

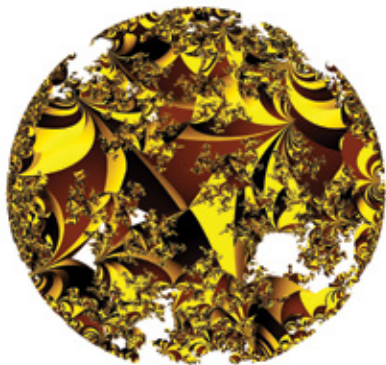


Figura esfera de Klein



Estamos seguros que ya habías pensado en ponerle matemáticas a tu árbol. Y para completar la decoración no podía faltar la proporción áurea y la sucesión de Fibonacci. La proporción áurea no es nada más que un número irracional ($=1.618033988\dots$) es decir, es un número muy especial que contiene infinitos decimales, tal como los números $\pi, \sqrt{2}, e$, entre otros. Este número considerado místico por los antiguos matemáticos y artistas nació de la relación entre dos segmentos de una misma recta. Considera dos segmentos a y b de una misma recta, donde a es mayor que b , entonces la proporción áurea nace de la siguiente relación: las veces que cabe el segmento b en el segmento a es igual a las veces que cabe el segmento a en el total de la recta ($a+b= 61.8\%+38.2\%$ de la recta aprox.). Este número también se encuentra en modelos de población y muchas cosas en la naturaleza. Uno de los modelos poblacionales más conocidos da lugar a la sucesión de Fibonacci, matemático italiano del siglo XIII, quien encontró una sucesión que reproducía naturalmente el valor de ϕ .

La sucesión de Fibonacci se construye de la siguiente manera: dados los números 0 y 1, cada número de la sucesión es la suma de los dos números anteriores, dando lugar a 0,1,1,2,3,5,8,13,21... ¿Cómo crees que podemos encontrar el número a a partir de esa sucesión? ¡increíble! si dividimos cualquier par de números consecutivos (a partir del 5) de la sucesión sorprendentemente obtendremos el número. Aunque no lo creas y como ya te prometimos la proporción áurea y la sucesión de Fibonacci no pueden faltar en la época navideña ya que aparecen frecuentemente en la naturaleza. Dentro de nuestras decoraciones en el árbol de navidad o por ejemplo en las piñas de los árboles navideños.

Una piña de un pino navideño se puede pensar como un conjunto de espirales convergiendo a la punta de la piña que es lo que se une al tallo. Hay ocho espirales en la dirección de las manecillas del reloj (líneas amarillas) mientras que hay 13 espirales (líneas verdes) en la dirección contraria de las manecillas del reloj que convergen más rápidamente a la punta, como se muestra en la figura de la piña.

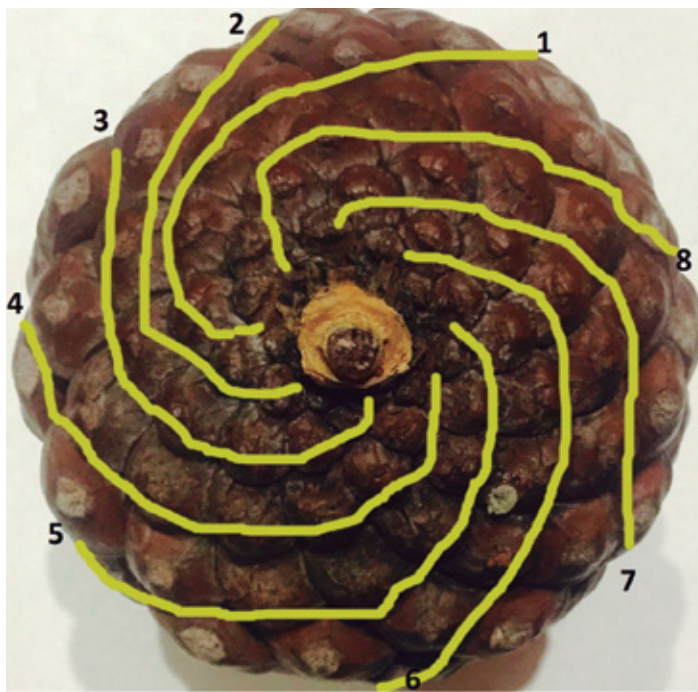
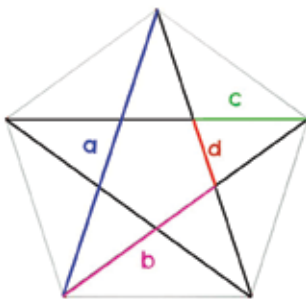


Figura piña

También en las flores de los árboles de nochebuena podemos encontrar los números de la sucesión de Fibonacci ya que estas plantas tienen una sola flor femenina con un óvulo tricoco rodeada de cinco flores masculinas 1, 1, 3, 5. Recordemos que la flor en realidad no son las hojas rojas, sino lo que está en el centro de ellas. Del mismo modo la proporción áurea se encuentra en la icónica estrella que no puede faltar para nuestro bellissimo árbol de navidad, entonces si tomamos la figura de un pentágono cuya longitud del lado es igual a uno y posteriormente formamos una estrella uniendo con líneas los vértices por el interior del pentágono y así obtendrás una bella estrella. Como consecuencia de lo anterior las líneas de la estrella miden ϕ . Sorprendentemente, si tomamos las secciones de las líneas de la estrella y calculamos la proporción de cada dos líneas de longitud consecutiva obtenemos ϕ . Por ejemplo $a/b = b/c = c/d = \phi$.



Y si tu árbol o tu casa aún no tienen suficientes matemáticas bien puedes agregarle piñas que complementen la decoración pues algunos de los pinos naturales dan piñas o conos hasta los 25 años, de igual manera puedes agregarle flores del árbol de nochebuena o bien, si lo que deseas es obtener un árbol que se vea más bonito puedes emplear la fórmula que viene en éste [link](https://www.guioteca.com/matematicas/como-lograr-el-decorado-perfecto-de-un-arbol-de-navidad-formula-matematica-lo-explica/) <https://www.guioteca.com/matematicas/como-lograr-el-decorado-perfecto-de-un-arbol-de-navidad-formula-matematica-lo-explica/> para lograr el decorado perfecto del árbol de navidad.

¿Ves como las matemáticas no están tan lejos de nosotros en navidad?

Referencias

Simposio sobre Avances en la Producción de Semillas Forestales en América Latina, 2º: 1999, Santo Domingo, República Dominicana. Memorias, Coordinador: Rodolfo Salazar Turrialba, Costa Rica, DFSC 2000.
 PINEDA-PINEDA, J. *et al.* Efluentes y sustratos en el desarrollo de nochebuena. *Rev. Chapingo Ser.Hortic* [online]. 2008, vol.14, n.2 [citado 2016-11-03], pp.131-137. Disponible en: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1027-152X2008000200005&lng=es&nrm=iso>. ISSN 2007-4034.

<https://github.com/dannycallegari/kleinian/commit/07fed9e8c3380d1fd0d8de2a79bbc481efdea01>

<https://latablaarmonica.wordpress.com/2015/10/19/el-numero-de-oro-en-la-musica-en-busca-de-la-cancion-perfecta/>

<http://glosarios.servidor-alicante.com/>
<http://www.librosmaravillosos.com/ladivinaaproporcion/pdf/La%20Divina%20Proporcion%20-%20Carmen%20Bonell.pdf>
<http://www.up-spain.com/blog/regalos-de-navidad-en-la-empresa/>

